Conjuntos numéricos em duas coleções didáticas: tradições e inovações de um autor "moderno"

Elisabete Zardo Búrigo, UFRGS, 00009949@ufrgs.br

Introdução

O chamado "movimento da matemática moderna" emergiu no Brasil no início dos anos 1960, com a constituição de grupos de professores que propunham a reformulação dos programas e da abordagem da matemática no ensino secundário e, em especial, no primeiro ciclo desse ensino, então denominado ginásio. Dentre esses grupos, destaca-se pela sua expressão nacional o Grupo de Estudos em Ensino da Matemática (GEEM), criado em São Paulo, em 1961. As propostas apresentadas pelos membros do GEEM expressavam, segundo D'Ambrosio (1987), uma mistura de diferentes influências de projetos de origem norte-americana e europeia.

A motivação deste trabalho é a de buscar compreender as mudanças então propostas para a abordagem dos números e dos conjuntos numéricos, um dos temas centrais do ginásio. Como essa abordagem se diferenciava ou pretendia renovar o ensino dos números praticado até então?

Um dos caminhos possíveis para a investigação sobre propostas curriculares é o do estudo dos livros didáticos produzidos sob sua influência. A importância dos livros didáticos na história das disciplinas escolares tem sido enfatizada por pesquisadores como Viñao (2008), Chervel (1988) e Choppin (2004); na história da educação matemática, em especial, autores como Schubring (2003) e Valente (2008) têm se dedicado ao tema.

Para a discussão aqui mencionada, o exame dos livros didáticos torna-se particularmente relevante, por dois motivos. O primeiro deles é que nos anos 1960, no Brasil, houve uma intensa produção de textos identificados com as propostas de modernização, que se beneficiaram da visibilidade do movimento (Miorim, 2005) e de uma conjuntura favorável à expansão do mercado editorial na área (Villela, 2009).

O segundo motivo é que a emergência do movimento da matemática moderna coincidiu com a aprovação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (Lei nº 4.024/61), que atribuiu autonomia aos Estados para a organização dos seus sistemas de ensino, tornando sem efeito os programas vigentes até então. Os livros didáticos ocuparam esse vazio normativo, constituindo-se em alguns casos em meios de divulgação de novas propostas curriculares (Valente, 2008). Fasanelli e outros (2000) avaliam que os livros didáticos definiram, na prática, os currículos praticados nas escolas. Interessa-nos, portanto, examinar os livros didáticos considerando a "função referencial" que teriam assumido, como "suporte privilegiado de conteúdos educativos (...) que um grupo social acredita que seja necessário transmitir às novas gerações" (Choppin, 2004, p. 553).

Objetos e objetivos do estudo

Dentre as coleções didáticas publicadas no período de emergência do movimento da matemática moderna, merece destaque a coleção "Matemática – Curso Moderno" de Osvaldo Sangiorgi para o curso ginasial. Sangiorgi foi um dos principais líderes do movimento no Brasil, fundador e presidente do GEEM. A coleção, que teve seu primeiro volume lançado em 1963 pela Companhia Editora Nacional, foi campeã de vendas ao longo da década (Valente, 2008). Sua divulgação em todo o país envolvia a realização de palestras e cursos para professores ministrados pelo autor e foi, portanto, um instrumento de divulgação do próprio movimento.

Nos anos 1950, Sangiorgi já era um autor bem sucedido, tendo publicado várias edições de sua coleção "Matemática – curso ginasial". A substituição dessa coleção pela nova indica que essa última seria expressão das mudanças assumidas pelo autor em relação à abordagem dos conteúdos da matemática ginasial, aí incluídos os números. A partir desse pressuposto, desenvolvemos um cotejamento das duas coleções, buscando identificar: mudanças e permanências na apresentação dos conjuntos numéricos por parte do autor; intenções orientadoras das mudanças.

A metodologia do estudo

Para a análise, foi tomado um exemplar de cada livro de cada uma das coleções. Da coleção "Matemática – curso ginasial", foram consultados, para os livros da primeira, segunda, terceira e quarta série, exemplares editados, respectivamente, em 1960, 1961, 1963 e 1965. Da coleção "Matemática – Curso Moderno", para a primeira série ginasial, foram consideradas as edições de 1964 e 1971; para a segunda, terceira e quarta série, foram tomados exemplares editados, respectivamente, em 1967, 1968 e 1968.

Na análise, foram considerados: os ordenamentos na apresentação dos diferentes tipos de números; os modos como esses números são conceituados; as justificativas apresentadas para a apresentação de novos tipos de números.

Os programas e a organização dos conteúdos nas coleções

A coleção "Matemática – curso ginasial" tinha sua organização orientada pelos "programas mínimos do ensino secundário" e pelos "planos de desenvolvimento" desses programas aprovados pela Congregação do Colégio Pedro II e estabelecidos, respectivamente, pelas Portarias Ministeriais nº 966 e 1.045 de 1951.

A coleção "moderna" já foi produzida na vigência da Lei nº 4.024 de 1961, que desobrigava os Estados a cumprirem os antigos programas.

No IV Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática, realizado em 1962, em Belém do Pará, o GEEM apresentou uma proposta de "Assuntos Mínimos para um Moderno Programa de Matemática para o Ginásio" (GEEM, 1965). A proposta foi aprovada e ratificada posteriormente no V Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática, realizado em São José dos Campos, em 1966.

Os "Assuntos Mínimos", todavia, não indicavam uma organização dos conteúdos segundo séries. Essa organização foi proposta pelo documento intitulado "Sugestões para um Roteiro de Programa para a Cadeira de Matemática" (GEEM, 1965), elaborado por uma comissão designada pelo Departamento de Educação de São Paulo e que tinha Osvaldo Sangiorgi como Secretário. A organização dos conteúdos na coleção "moderna" coincide com aquela proposta nas "Sugestões" e, inclusive, reproduz nomenclaturas ali utilizadas. Podemos concluir, com Valente (2008, p. 29), que Sangiorgi implementou uma estratégia de legitimação de um novo programa, organizando seus livros por ele.

Os conjuntos numéricos na coleção "antiga" e na coleção "moderna"

A organização da coleção "Matemática – curso ginasial", até a terceira série, segue estritamente as orientações estabelecidas pela Portaria Ministerial nº 1.045 de 1951: números naturais (e inteiros), números relativos e números fracionários são tema da primeira série ginasial; grandezas comensuráveis e incomensuráveis, números racionais e irracionais e radicais são tema da segunda série; razões e proporções são tema da terceira série. O livro da quarta série aborda o conceito de "número real", que não consta do programa estabelecido pela Portaria.

Na coleção "Matemática – Curso Moderno", há um reordenamento da apresentação dos diferentes tipos de números. Números naturais e frações são abordados no livro da primeira série ginasial; os números relativos são remetidos à segunda série; os números reais são abordados desde a terceira série e as "práticas com números irracionais" são deslocadas para o livro da quarta série ginasial. Observamos aí um ordenamento muito semelhante ao que predomina, hoje, nos livros didáticos voltados para as séries finais do ensino fundamental. Considerando-se que esse ordenamento não está previsto nos textos normativos, e que mesmo as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais reconhecem as múltiplas possibilidades de sequenciamento dos conteúdos, podemos identificar aí a constituição de uma tradição escolar que carrega marcas do movimento de modernização e, em particular, do programa adotado por Sangiorgi em sua coleção "moderna".

Para a compreensão da lógica ou das intenções que teriam orientado esse reordenamento da apresentação dos conjuntos numéricos, é importante considerarmos como eles são apresentados, em cada uma das coleções.

Na coleção antiga, os números naturais são enunciados como aqueles que têm origem na contagem dos objetos de uma coleção ou dos indivíduos de um grupo. O conjunto ali denominado dos números inteiros, I = {0, 1, 2, 3, ...}, é obtido acrescentando-se o zero ao conjunto dos números naturais, N = {1, 2, 3, ...} (Sangiorgi, 1960) .

Na primeira edição da coleção "moderna", a ideia de número é associada à correspondência biunívoca entre conjuntos e apresentada como uma "propriedade essencial que *não depende* da *natureza dos objetos* e nem da *ordem* com que eles figuram nos conjuntos" (Id., 1964, p. 8-9).

Já na edição de 1971, o estudo dos números naturais é precedido de um capítulo que introduz a linguagem dos conjuntos e das operações com conjuntos (Oliveira, 2008). Número natural é enunciado então como "a **propriedade comum** *(idéia)*, associada a todos os conjuntos *eqüipotentes entre si*" (Sangiorgi, 1971, p. 38). Os conjuntos equipotentes, por sua vez, são definidos como aqueles entre os quais existe uma "correspondência *biunívoca* entre eles; portanto, têm o *mesmo número de elementos*" (Ibid., p. 39). Observa-se aí uma definição circular, pois o autor recorre à expressão "número de elementos", que está tentando definir. Em nota de rodapé, o autor apresenta nessa edição as novas designações para números naturais e inteiros: o conjunto dos naturais passa a incluir o zero (que também corresponde à cardinalidade de conjuntos) e o conjunto dos "números inteiros", representado por Z, compreende agora os "inteiros relativos" (Sangiorgi, 1971, p. 35-7).

As operações de adição e multiplicação são também redefinidas. Na coleção "antiga", a adição de números naturais é definida como a reunião, "em um só número", de "todas as unidades de dois ou mais números dados" (Sangiorgi, 1960, p. 34). Na coleção "moderna", a adição é associada à reunião de conjuntos disjuntos (Id., 1971). A multiplicação, na versão "antiga", é definida como soma de parcelas iguais. Na versão "moderna", é associada ao produto cartesiano de dois conjuntos (Ibidem).

Na coleção "antiga", o estudo das "quatro operações" é seguido de um capítulo dedicado à divisibilidade, números primos, máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum. Esse capítulo é mantido, com algumas mudanças, na coleção "moderna". As justificativas para as regras de verificação de divisibilidade, que na coleção antiga constavam em letras minúsculas (Sangiorgi, 1960), ganham destaque na nova coleção. Os processos de obtenção do "maior divisor comum" e do "menor múltiplo comum" de dois números são apresentados como operações de "maximação" e "minimação" (Ibid., p. 183-189).

Na coleção antiga, os "números fracionários", no livro da primeira série, são apresentados como aqueles que representam "uma ou mais partes da unidade que foi dividida em partes iguais" (Sangiorgi, 1960, p. 117). Não é discutida a existência do que seriam "números fracionários relativos", embora os relativos já tivessem sido apresentados, anteriormente, no mesmo livro.

Na coleção moderna, o estudo dos "números fracionários" segue o estudo dos números naturais, no livro dedicado à primeira série do ginásio. Na edição de 1964, a apresentação das frações tem início com uma figura tradicional de barra de chocolate dividida em três partes iguais, mas a definição de número fracionário abstrai a ideia de relação entre uma unidade e suas partes para defini-lo como "par ordenado de números naturais, com o segundo diferente de zero" (Sangiorgi, 1964, p. 168). Na edição de 1971, o capítulo que inclui as frações é denominado o dos "números racionais (naturais e fracionários)", mas não apresenta uma definição de "número racional". A definição de número racional como "classe de equivalência da qual cada fração é um representante" é apresentada num apêndice do livro (Sangiorgi, 1971, p. 280). Oliveira (2008, p. 134) comenta que "os números fracionários são apresentados numa perspectiva de ampliação dos naturais com a existência do elemento inverso para a multiplicação para os números diferentes de zero”.

Na coleção antiga, o estudo dos números naturais é seguido do estudo dos “números relativos” e das operações com esses números, no início da primeira série ginasial. O autor explica que a designação “relativo” refere-se à relação entre cada número e um elemento fundamental – o zero. Número relativo, segundo a definição do livro, é “qualquer número negativo ou positivo” (Sangiorgi, 1960, p. 72), mas os números mencionados no capítulo têm sempre módulo inteiro.

Na coleção moderna, o estudo dos “relativos” é remetido ao livro da segunda série, e inclui o estudo dos “inteiros relativos” e dos “racionais relativos”. A designação de “relativos” para os números “com sinal” incorpora uma tradição da matemática escolar, agora ressignificada: trata-se de expressar “posições relativas sobre a reta numerada” (Sangiorgi, 1967, p. 113). Na edição de 1967, o conjunto dos números inteiros, representado por $\boldsymbol{I}$, ainda designa o conjunto dos números naturais acrescido do zero (Ibid., p. 5) e é reapresentado no terceiro capítulo como o dos “inteiros absolutos ou aritméticos”; o conjunto que inclui todos os resultados possíveis da subtração entre dois naturais é referido como conjunto dos “inteiros relativos” e representado por $\boldsymbol{I_r}$ (Ibid., p. 112). Já na edição de 1968 do livro da terceira série, o conjunto dos inteiros relativos é representado por $\boldsymbol{Z}$.

O conjunto dos números racionais é apresentado na coleção moderna, no livro da segunda série, como reunião dos “números inteiros” e dos “números fracionários” e representado por $\boldsymbol{Q}$ (Sangiorgi, 1967, p. 6).”. O conjunto dos “racionais relativos”, representado por $\boldsymbol{Q_r}$, é apresentado como o conjunto dos quocientes entre inteiros relativos (Ibid., p. 154-5). Como observa Oliveira (2008, p. 134), são estudados separadamente os inteiros relativos e os racionais relativos com as respectivas propriedades estruturais.

Na representação dos números relativos, os sinais que qualificam os números como positivos ou negativos diferem, pela posição em que aparecem, dos sinais usados para representar a adição e a subtração. O autor enfatiza a diferença: “Os sinais $^{+}$ e $^{-}$, chamados, respectivamente, ‘mais qualificativo’ e ‘menos qualificativo’, que figuram no numeral de um número positivo (ex: $^{+}2$) ou de um número negativo (ex.: $^{-}3$) *não têm* relação alguma com as operações de adição (+) e de subtração (-)” (Sangiorgi, 1967, p. 113). Assim, por exemplo, a expressão $^{+}3$ - $^{-}5$ deve ser lida como a subtração do inteiro $^{+}3$ pelo inteiro $^{-}5$. É apenas ao final do capítulo sobre equações (posterior ao capítulo sobre os relativos) que o autor esclarece que $^{-}3$ pode ser substituído por –3, uma vez que $^{-}3$ é o oposto de $^{+}3$ e que “a relação oposto de é indicada pelo sinal – ”. O autor conclui, exemplificando, que “‘três negativo’ ou ‘oposto de 3’ significa, de agora em diante, a mesma coisa e a representação de $^{-}3$ por – 3 trará benefícios na técnica operatória” (Ibid., p. 227). Manifesta-se aqui uma preocupação com a precisão da linguagem que não estava presente na coleção “antiga”, onde a mesma expressão $^{+}3$ - $^{-}5$ seria grafada como (+3) - (-5).

Na coleção antiga, os números irracionais são apresentados no livro da segunda série. Inicialmente, estuda-se a obtenção de raízes quadradas ou cúbicas de números que não são quadrados perfeitos ou cubos perfeitos. A seguir, números racionais e irracionais são apresentados, respectivamente, como relações entre grandezas comensuráveis e incomensuráveis (Sangiorgi, 1961, p. 61-63). O autor afirma, então, que as raízes "de números que não são potências perfeitas do grau que indica o seu índice" são exemplos de números irracionais.

No livro para a quarta série da coleção antiga, o tema dos números irracionais é retomado, e eles são agora definidos como números que separam duas classes de números racionais. O campo dos números reais - tema que, como observado anteriormente, não constava do programa oficial - é apresentado como aquele constituído pelos números racionais ou irracionais. O autor justifica, num prefácio datado de novembro de 1954, que considerou "conveniente, no início da parte algébrica, dar o conceito de número real, a fim de melhor estudar as equações do segundo grau". Há uma breve menção à existência de números imaginários (Sangiorgi, 1965, p. 11, 19).

Na coleção "moderna", o conjunto dos números reais é apresentado no livro da terceira série. É interessante observar que a justificativa para a criação de um novo campo numérico não é mais, como no caso das frações ou dos relativos, a possibilidade de se obter um quociente ou uma diferença, dados dois números quaisquer (não nulos, no caso do quociente). A justificativa para o aparecimento dos irracionais agora é a possibilidade da construção de "numerais decimais que não estão sob forma exata nem periódica" (Sangiorgi, 1968a, p. 7). O primeiro exemplo citado é o do numeral 0,52522522252222... , "onde sempre aparece um 2 'a mais' depois de escrito o 5". A representação do número agora é tomada como referência, enquanto nos capítulos anteriores era enfatizado que diferentes "numerais", como ½ e 0,5 , representam o mesmo número.

Do mesmo modo como o estudo dos "racionais absolutos" precedeu o dos "racionais relativos", também os "reais absolutos" precedem no livro os "reais relativos". A idéia do número real como número que separa duas classes de racionais, presente na coleção "antiga", é abandonada. As referências às grandezas comensuráveis e incomensuráveis são remetidas ao capítulo que trata de "razão e proporção de segmentos", no livro da quarta série (Sangiorgi, 1968b, p. 142). Em contrapartida, agora é introduzida a idéia da "reta real" e da correspondência biunívoca entre os números reais e os pontos da reta (Sangiorgi, 1968a, p. 16). O autor faz menção à estrutura de corpo, após tratar das propriedades da adição e da multiplicação no conjunto dos reais (Ibid., p. 21-23).

As intenções modernizadoras

O exame dos textos permite entrever algumas das intenções que teriam motivado a reorganização da apresentação dos conjuntos numéricos na coleção moderna.

Em primeiro lugar, percebe-se o esforço de adotar uma linguagem mais próxima daquela em uso na matemática universitária e de distinguir os números de suas representações. A apresentação das frações como "pares ordenados" ou dos números racionais como "classes de equivalência" são exemplos desse tipo de esforço. "Números inteiros", a partir da edição de 1968, passam a ter o mesmo significado adotado nos livros de matemática superior.

Em segundo lugar, é manifesta a preocupação com a definição dos campos numéricos como algo que deve preceder o uso ou as operações com esses números. Por exemplo, a definição e o estudo dos números reais precedem, na coleção moderna, as operações com radicais. Os números racionais são apresentados não em oposição aos irracionais, mas como um tema que dá continuidade ao estudo das frações.

Em terceiro lugar, os números já não aparecem apenas como "tipos" que vão sendo mencionados segundo os usos tradicionais – relativos, frações, radicais – mas como campos numéricos que vão incorporando aqueles anteriormente definidos com a preservação das propriedades das operações, numa lógica que se aproxima do tratamento dos conjuntos numéricos como estruturas algébricas. Há, inclusive, menções eventuais à possibilidade dos conjuntos serem tratados como anéis ou corpos, segundo as propriedades das operações consideradas.

Em algumas passagens, é evidente também a preocupação, que não se evidencia na coleção antiga, em distinguir o número de sua representação.

Finalmente, alguns procedimentos, que eram enunciados como "regras" na coleção antiga, são agora justificados mediante a referência a propriedades dos números e das operações, e com o recurso a exemplos.

A meio caminho entre o "tradicional" e o "moderno"

Percebe-se, por outro lado, que o esforço de aproximação com a matemática superior coexiste, na coleção moderna, com a preservação de elementos presentes na coleção antiga.

Manifestam-se, na coleção moderna, recorrentes tentativas de conciliação entre uma linguagem nova e a tradicionalmente adotada. Por exemplo, as frações são apresentadas ora como representação de uma relação entre "parte e todo", ora genericamente como "pares ordenados" de números naturais.

A apresentação dos conjuntos numéricos não segue a sequência "naturais, inteiros, racionais, reais". Frações e números racionais são apresentados separadamente, na primeira e na segunda série. Os inteiros relativos precedem os racionais, mas os racionais são apresentados, inicialmente, sem referência à existência de números negativos. Por outro lado, a discussão dos inteiros relativos é feita como se as frações ainda não estivessem em uso. Observa-se, desse modo, uma superposição entre uma tentativa de tratamento articulado dos campos numéricos e o tratamento tradicional de "frações" e "relativos" como capítulos estanques.

A compartimentação dos programas de matemática em tópicos como "equações", "razões e proporções" ou "práticas com números irracionais", herdada dos programas dos anos 1950, é também preservada na coleção moderna. Na coleção "antiga", o tema das "razões e proporções" é tratado no livro da terceira série; na coleção "moderna", o tema é tratado no livro da segunda série, logo após a apresentação dos números racionais, mas ainda como um capítulo à parte, separado do das "frações" ou dos "racionais". O autor explica que "na prática, a razão entre dois números é tomada como quociente indicado entre eles, portanto por um número racional" e exemplifica que a fração $3/2$ representa também a razão "3 está para 2" (Sangiorgi, 1967, p. 28). A preservação do tópico "práticas com números irracionais", deslocada para a quarta série, mostra que persiste a preocupação com o desenvolvimento das habilidades de manipulação de expressões aritméticas.

Considerações finais

O cotejamento das duas coleções revela uma combinação de elementos de renovação com a preservação de tradições da matemática escolar presentes nos livros didáticos dos anos 1950. Não é possível identificar um critério único que oriente o reordenamento da apresentação dos números e a sua abordagem, mas uma superposição de critérios. A introdução dos novos tipos de números é, ora, baseada na extensão dos conjuntos conhecidos, identificando-se, respectivamente, inteiros relativos e racionais como diferenças e quocientes entre números naturais, ora é baseada em ideias mais intuitivas e até mesmo em exemplos pictóricos como o da "barra de chocolate". As articulações entre a aritmética e a geometria são em alguns casos postergadas, como no caso da relação entre a (in)comensurabilidade e os (ir)racionais, e em outros casos revalorizadas, como na menção à reta numérica, na apresentação dos números relativos.

Essa superposição de critérios pode ser interpretada como o efeito de múltiplas influências – diferentes vertentes do movimento de modernização, interlocução com diferentes grupos de professores universitários e secundários -, mas também pode ser lida como uma apropriação peculiar, não necessariamente irrefletida, das propostas curriculares que circulavam no período. Na coleção "Matemática – Curso Moderno", Sangiorgi teria apresentado sua versão da modernização possível, marcada não apenas pelas suas preocupações de um autor que se apresentava como líder do movimento, mas também pela sua experiência como professor do ensino secundário e como formador de professores.

Cabe ainda comentar que a subsistência dos deslocamentos curriculares produzidos nos anos 1960, por influência dessa e de outras coleções, coloca em questão as representações de "fracasso da matemática moderna".

Referências

Chervel, A. (1988) L'histoire des disciplines scolaires: Réflexions sur un domaine de récherche. *Histoire de l'Éducation*, 38, 59-119.

Choppin, A. (2004) História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Educação e Pesquisa*, 30(3), 549-566.

D'Ambrosio, B. S. (1987). *The dynamics and consequences of the modern mathematics reform movement for Brazilian mathematics education*. Indiana University.

Fasanelli et al. (2000) The political context. In J. Fauvel and J. Maanem (Eds.), *History in Mathematics Education* (pp. 1-18). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Grupo de Estudos em Ensino da Matemática – GEEM (1965). Assuntos mínimos para um moderno programa de matemática para o ginásio. In GEEM, *Matemática moderna para o ensino secundário*. São Paulo: IBECC.

Miorim, M. A. (2005) Livros didáticos de matemática do período de implantação do movimento da matemática moderna no Brasil. In Quinto Congresso Ibero-americano de Educação Matemática, *Actas*. Porto: Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

Oliveira, M. C. A. (2008) O ensino de Matemática veiculado em livros didáticos publicados no Brasil: conjuntos numéricos e operações na coleção moderna de Osvaldo Sangiorgi. *Unión*– Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 15, 125-137.

Sangiorgi, O. (1960) *Matemática para a primeira série ginasial*. São Paulo: Nacional.

______ . (1961) *Matemática para a segunda série ginasial*. São Paulo: Nacional.

______ . (1964) *Matemática: curso moderno*. v. 1. São Paulo: Nacional.

______ . (1965) *Matemática para a quarta série ginasial*. São Paulo: Nacional.

______ . (1967) *Matemática: curso moderno*. v. 2. São Paulo: Nacional.

______ . (1968a) *Matemática: curso moderno*. v. 3. São Paulo: Nacional.

______ . (1968b) *Matemática: curso moderno*. v. 4. São Paulo: Nacional.

______ . (1971) *Matemática: curso moderno*. v. 1. São Paulo: Nacional.

Schubring, G. (2003) *Análise histórica de livros de matemática*: notas de aula. Campinas: Autores Associados.

Sugestões para um roteiro de programa para a cadeira de Matemática (1965) In GEEM, *Matemática moderna para o ensino secundário*. São Paulo: IBECC.

Valente, W. R. (2008) Osvaldo Sangiorgi, um *best-seller*. In W. Valente (Ed.), *Osvaldo Sangiorgi: um professor moderno*. São Paulo: Annablume.

Villela, L. M. A. (2009) *GRUEMA - uma contribuição para a história da educação matemática no Brasil.* Tese de Doutorado, Universidade Bandeirante, São Paulo, Brasil.

Viñao, A. (2008) A história das disciplinas escolares. *Revista Brasileira de História da Educação*, 18, 173-216.